



Đại số:

Bài 1. Cho hai biểu thức $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{x}{x-4} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0$ và $x \neq 4$.

1) Tính giá trị của A khi $x = \frac{1}{4}$.

2) Rút gọn B .

3) Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm các giá trị nguyên của x để $Px \leq \frac{3}{2}(\sqrt{x}-1)$.

Bài 2. Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+4} + \frac{5\sqrt{x}+12}{x-16}$ (với $x \geq 0; x \neq 16$)

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$

2. Rút gọn biểu thức B

3. Tìm m để phương trình $\frac{A}{B} = m+1$ có nghiệm

Bài 3 Giải các hệ phương trình :

a)
$$\begin{cases} 4(x+y) + 5 = -x + y \\ 3(x+y) - 2(x-y) = -12 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} (x-1)(y+3) = xy + 11 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} (x-2)(y-1) = (x-3)(y+1) \\ (x-1)(y+1) = (x+8)(y-2) \end{cases}$$

Bài 4 Giải các hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ:

a)
$$\begin{cases} \frac{1}{x-3} - \frac{4}{y+1} = -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{x-3} + \frac{1}{y+1} = \frac{7}{4} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} (x-y) + 2\sqrt{x+1} = 5 \\ 3(x-y) - \sqrt{x+1} = 1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3\sqrt{x+2} + \sqrt{y-3} = 4 \\ \sqrt{x+2} - 2\sqrt{y-3} = -1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{2}{x+1} + |y-2| = 1 \\ \frac{4}{x+1} - 3|y-2| = -13 \end{cases}$$

Bài 5 Tìm các giá trị $m \neq 0$ để hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x; y)$

thỏa mãn $x + y = \frac{3}{m^2 + 3}$.

Bài 6 Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x - y = m+2 \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases}$.

Tìm các giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x + y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

HÌNH HỌC

Bài tập mẫu:

	<p>Đề: Tam giác ABC nhọn. AD, BE, CF là 3 đường cao cắt nhau tại H. CF, BE cắt (O) tại điểm thứ hai F', E'.</p> <p>a) Chứng minh: Bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn b) Chứng minh: $EF \parallel E'F'$</p> <p>Hướng dẫn:</p> <p>a) Bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn đường kính BC b)</p> <p>*Xét đường tròn đi qua bốn điểm B, C, E, F: $\angle EBC = \angle CFE$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CE)</p> <p>*Xét (O): $\angle EBC = \angle CF'E'$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BK) $\Rightarrow \angle CFE = \angle CF'E' (= \angle EBC)$ Mà hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow EF \parallel E'F'$ (d.h.n.b)</p>
--	--

Bài 7 Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Các đường thẳng BE và CF lần lượt cắt đường tròn $(O; R)$ tại Q và K.

- Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn;
- Chứng minh: $KQ \parallel EF$

c) Cho B, C cố định, tìm vị trí của điểm A để chu vi tam giác DEF có giá trị lớn nhất.

Gợi ý: Chứng minh OA vuông góc với EF , $S_{ABC} = \frac{1}{2}R(DE + DF + FE)$

Bài 8 Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Các đường cao BE,CF cắt nhau tại H, cắt đường tròn $(O;R)$ lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh $AE.AC = AF.AB$

b) Chứng minh $MN // EF$

c) Chứng minh $\frac{MH}{AH} < 2$

Gợi ý: Tam giác AMH cân tại A

d) Cho BC cố định, A chuyển động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Chứng minh: Đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF có đường kính không đổi.

Gợi ý: Kẻ đường kính BB' ; chứng minh $AHCB'$ là hình bình hành.

BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 9. Giải phương trình $x^2 + 3x + 1 = (x + 3)\sqrt{x^2 + 1}$

Bài 10 Cho x, y là 2 số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{2014(x+y)}{\sqrt{x(2x+3y)} + \sqrt{y(2y+3x)}}$$