



I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Đại số:

- Biến đổi đơn giản biểu thức.
- Giải phương trình và bất phương trình.
- Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

2. Hình học:

- Công thức tính diện tích đa giác.
- Định lí Ta-lét và hệ quả của định lí Ta-let. Tính chất đường phân giác của tam giác.
- Các TH đồng dạng của tam giác, tam giác vuông.

II. BÀI TẬP THAM KHẢO

➤ ĐẠI SỐ

✓ Dạng 1: Rút gọn biểu thức

Bài 1. Cho hai biểu thức $A = \frac{2x}{x+3} + \frac{x+1}{x-3} + \frac{3-11x}{9-x^2}$ và $B = \frac{x-3}{x+1}$ (với $0 \leq x \neq 9$).

- Rút gọn biểu thức A.
- Tìm x để $B < 1$.
- Với $P = A.B$. Tìm x để $P = \frac{9}{2}$.
- Tìm số nguyên x để $P = A.B$ là số nguyên.

Bài 2. Cho hai biểu thức $A = \frac{x-2}{x^2+1}$ và $B = \frac{3}{x-2} + \frac{6-5x}{4-x^2} + \frac{2x}{x+2}$ (với $x \neq \pm 2$)

- Tính giá trị của A khi $x = \frac{1}{2}$
- Chứng minh $B = \frac{2x}{x-2}$.
- Đặt $P = A.B$. Tìm x để $P \leq -1$.

Bài 3. Cho hai biểu thức $A = \frac{x^2}{x+3}$ và $B = \frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+1} + \frac{x-3}{1-x^2}$ (với $x \neq \pm 1; x \neq -3$)

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 3$.
- Tìm x để $A \geq 0$.
- Rút gọn biểu thức B.
- Cho $P = A.B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P với $x > 1$.

Bài 4. Cho biểu thức $A = \left(\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-1} - \frac{5}{1-x^2} \right) : \frac{2x+1}{x^2-1}$ (với $x \neq \pm 1$)

- Chứng minh biểu thức $A = \frac{x+2}{2x+1}$.
- Tìm giá trị của x để $A = 3$.
- Tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 5. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x}{x-3} - \frac{1}{x+3} + \frac{x^2-1}{9-x^2} \right) : \frac{2}{x+3}$ (với $x \neq \pm 3$)

- Rút gọn biểu thức P.
- Tính giá trị của biểu thức P khi $|x+4|=1$.
- Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

✓ **Dạng 2: Giải phương trình và bất phương trình**

Bài 1. Giải các phương trình sau:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) $5-(x-6)=4(2x-3)$ | c) $(x+5)(x-1)=2x(x-1)$ |
| b) $3-4x+24+6x=x+27+3x$ | d) $5(3x-2)-4(5-3x)=1$ |

Bài 2. Giải các phương trình sau:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| a) $(x+5)(x-1)=2x(x-1)$ | e) $(x+3)(x-5)+(x+3)(3x-4)=0$ |
| b) $3(x-1)(2x-1)=5(x+8)(x-1)$ | f) $(x+7)(3x-1)=49-x^2$ |
| c) $(x^2-5x+7)^2-(2x-5)^2=0$ | g) $3x^2-7x+4=0$ |
| d) $x^3-5x^2+6x=0$ | h) $2x^3+3x^2-32x=48$ |

Bài 3. Giải các phương trình sau:

- | | |
|---|--|
| a) $\frac{4x+3}{5} - \frac{6x-2}{7} = \frac{5x+4}{3} + 3$ | f) $\frac{3x+2}{2} - \frac{3x+1}{6} = 2x + \frac{5}{3}$ |
| b) $\frac{5x+2}{6} - \frac{8x-1}{3} = \frac{4x+2}{5} - 5$ | g) $\frac{3(2x-1)}{4} - \frac{3x+1}{10} + 1 = \frac{2(3x+2)}{5}$ |
| c) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x^2-2x}$ | h) $\frac{x-1}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{7x-3}{9-x^2}$ |
| d) $\frac{x+2}{x-3} + \frac{x-2}{x+3} + \frac{2(x+6)}{9-x^2} = 0$ | i) $\frac{1-6x}{x-2} + \frac{9x+4}{x+2} = \frac{x(3x-2)+1}{x^2-4}$ |
| e) $\frac{1}{x-1} - \frac{3x^2}{x^3-1} = \frac{2x}{x^2+x+1}$ | k) $\frac{2}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6} = \frac{1}{x^2+4x+3}$ |

Bài 4. Giải các bất phương trình sau :

- | | |
|---|------------------------------|
| a) $8x+4 > 2(x+5)$ | e) $\frac{x+1}{x+3} > 1$ |
| b) $3x+3 < 5(x+1)-2$ | f) $\frac{2x-1}{x-3} \leq 2$ |
| c) $\frac{x}{2} - \frac{7x+5}{3} - \frac{4x}{5} > -8$ | g) $(x^2+1)(3x-2) \leq 0$ |
| d) $\frac{2x-3}{4} - \frac{x+1}{3} > \frac{1}{2} - \frac{3-x}{5}$ | h) $(x-2)(x+1) \geq 0$ |

✓ **Dạng 3 : Giải bài toán bằng cách lập phương trình**

Bài 1. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 40km/h. Lúc về người đó tăng vận tốc thêm 5km/h. Tính quãng đường AB biết thời gian về ít hơn thời gian đi là 20 phút.

Bài 2. Lúc 6 giờ, một ô tô xuất phát từ A đến B với vận tốc trung bình 40km/h. Khi đến B, người lái xe làm nhiệm vụ giao nhận hàng trong 30 phút rồi cho xe quay trở về A với vận tốc trung bình 30km/h. Tính quãng đường AB, biết ô tô về đến A lúc 10 giờ cùng ngày.

Bài 3. Một ô tô đi từ A đến B cách nhau 90km trong một thời gian nhất định. Khi đi được 1 giờ người đó dừng lại nghỉ 15 phút. Trên quãng đường còn lại người đó phải tăng vận tốc thêm 10km/h để đến B đúng dự định. Tính vận tốc ban đầu của ô tô?

Bài 4. Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B hết 1 giờ 10 phút và đi ngược dòng từ B về A hết 1 giờ 30 phút. Tính khoảng cách giữa hai bên A và B, biết vận tốc dòng nước là 2km/h.

Bài 5. Một tổ may áo theo kế hoạch mỗi ngày phải may 30 áo. Trên thực tế, tổ đã may mỗi ngày 40 áo nên đã hoàn thành trước thời hạn 3 ngày, ngoài ra còn may thêm được 20 chiếc áo nữa. Tính số áo mà tổ đó phải may theo kế hoạch.

Bài 6. Một tổ dự định mỗi giờ dệt 28m vải. Nhưng thực tế mỗi giờ, tổ đó đã dệt ít hơn 4m vải. Do vậy, tổ đã làm quá thời gian dự định 2 giờ mà còn thiếu 5m vải nữa mới hoàn thành kế hoạch. Tính số mét vải tổ đó phải hoàn thành theo kế hoạch?

Bài 7. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 160m. Nếu tăng chiều rộng thêm 10m và giảm chiều dài đi 10m thì diện tích tăng thêm $200m^2$. Tính kích thước mảnh đất ban đầu.

Bài 8. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 48m. Nếu tăng chiều rộng thêm 4 lần và chiều dài thêm 3 lần thì chu vi của khu vườn sẽ là 162m. Tính diện tích của khu vườn ban đầu.

Bài 9. Hai tổ sản xuất phải dệt 140 áo len. Trong thực tế, tổ 1 đã vượt mức 10% so với kế hoạch của mình, tổ 2 vượt mức 5% kế hoạch nên cả hai tổ dệt được 150 áo len. Hỏi theo kế hoạch, mỗi tổ phải dệt bao nhiêu áo len?

Bài 10. Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch 18% và tổ II vượt mức 21%. Vì vậy, trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ là bao nhiêu?

➤ HÌNH HỌC

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6cm$, $AC = 8cm$, đường cao AH, phân giác BD cắt nhau tại I.

- Chứng minh: $\triangle ABH$ đồng dạng với $\triangle CBA$.
- Tính BC, AH, AD và DC.
- Chứng minh: $AB \cdot BI = BD \cdot HB$.

d) Tính diện tích $\triangle BHI$.

Bài 2. Cho $\triangle ABC$, các đường cao BH và CE cắt nhau tại H. Chứng minh:

- $AE \cdot AB = AD \cdot AC$.
- $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$.
- Tính diện tích $\triangle ABC$ biết $AC = 6cm$; $BC = 5cm$; $CD = 3cm$.
- $BE \cdot BA + CD \cdot CA = BC^2$.

Bài 3. Cho góc xOy. Trên Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 3cm$; $OB = 8cm$. Trên Oy lấy 2 điểm C và D sao cho $OC = 4cm$; $OD = 6cm$.

- Chứng minh: $\triangle OAD$ đồng dạng với $\triangle OCB$.

b) Gọi I là giao điểm của AD và BC. Chứng minh: $IA.ID = IB.IC$.

c) Tính tỉ số diện tích của ΔIAB và ΔICD .

Bài 4. Cho ΔMNP vuông tại M, đường cao MH, trung tuyến MD. Biết $MN = 6\text{cm}$; $MP = 8\text{cm}$.

a) Tính NP, MH.

b) Chứng minh: ΔMHN đồng dạng với ΔPMN .

c) Chứng minh: $MH.MP = MN.PH$.

d) Tính diện tích ΔMHD .

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB > AC$, M là điểm tùy ý trên BC. Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt đoạn AB tại I và cắt tia CA tại D. Chứng minh:

a) ΔABC đồng dạng với ΔMDC .

b) $BI.BA = BM.BC$.

c) CI cắt BD tại K. Chứng minh $BI.BA + CI.CK$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.

d) $\widehat{MAI} = \widehat{BDI}$. Từ đó suy ra AB là tia phân giác của góc MAK.

Bài 6. Cho ΔMNP vuông tại M, đường cao MH.

a) Chứng minh ΔHNM đồng dạng với ΔMNP .

b) Chứng minh hệ thức $MH^2 = NH.PH$.

c) Lấy điểm E tùy ý trên cạnh MP (E khác M và P), lấy điểm F trên MN sao cho $\widehat{FHE} = 90^\circ$, EF cắt MH tại I. Chứng minh ΔNFH đồng dạng với ΔMEH và $\widehat{FMI} = \widehat{FEH}$.

d) Xác định vị trí của điểm E trên MP sao cho diện tích ΔHEF đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 7. Cho ΔABC vuông tại A. Hạ $AH \perp BC$ ($H \in BC$); $HM \perp AB$, $HN \perp AC$.

a) Chứng minh: $AB^2 = BH.BC$.

b) Chứng minh: ΔAMN đồng dạng với ΔACB .

c) Gọi O là trung điểm của BC. Chứng minh: $AO \perp MN$ tại I.

d) Cho $P_{\Delta AMN} = 12\text{cm}$; $P_{\Delta ABC} = 24\text{cm}$. Tính \widehat{ABC} ?

Bài 8. Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH.

a) Chứng minh: ΔABH đồng dạng với ΔCAH , từ đó suy ra $AH^2 = BH.CH$.

b) Cho $BH = 4\text{cm}$, $BC = 13\text{cm}$. Tính AH, AB.

c) Gọi E là điểm tùy ý trên cạnh AB, đường thẳng qua H và vuông góc với HE cắt cạnh AC tại F. Chứng minh: $AE.CH = AH.FC$.

d) Tìm vị trí của điểm E để ΔEHF có diện tích nhỏ nhất.

➤ MỞ RỘNG VÀ NÂNG CAO

Bài 1. Cho ba số dương thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{4}{x+1} + \frac{9}{y+2} + \frac{25}{z+3}$

Bài 2. Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh: $\left(a + \frac{b}{ac}\right)\left(b + \frac{c}{ab}\right)\left(c + \frac{a}{bc}\right) \geq 8$

Bài 3. Cho x, y, z là ba cạnh của một tam giác. Chứng minh:

$$\frac{1}{x+y-z} + \frac{1}{y+z-x} + \frac{1}{z+x-y} \geq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

Bài 4. Cho x, y, z đôi một khác nhau và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$. Tính giá trị biểu thức :

$$S = \frac{yz}{x^2 + 2yz} + \frac{xz}{y^2 + 2xz} + \frac{xy}{z^2 + 2xy}$$

Bài 5. Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh:

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c$$