



ĐẠI SỐ

Bài 1. ĐKXD: $x \neq 0; x \neq 2$

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4x + 4} : \left(\frac{x+2}{x} - \frac{1}{2-x} + \frac{6-x^2}{x^2-2x} \right) \\ &= \frac{x(x+2)}{(x-2)^2} : \left(\frac{x^2 - 4 + x + 6 - x^2}{x(x-2)} \right) \\ &= \frac{x(x+2)}{(x-2)^2} \cdot \frac{x(x-2)}{x+2} \quad (\text{ĐK: } x \neq -2) \\ &= \frac{x^2}{x-2} \end{aligned}$$

b) $|2x+1| = 3$ (1)

TH1: $2x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{-1}{2}$

Khi đó ta có $2x+1 = 3$
 $\Leftrightarrow x = 1(TM)$

Thay $x = 1$ vào biểu thức A ta được $A = -1$

TH2: $2x+1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{-1}{2}$

Khi đó ta có $2x+1 = -3$
 $\Leftrightarrow x = -2(KTM)$

Vậy $A = -1$

c) $A = \frac{x^2}{x-2} = x+2 + \frac{4}{x-2}$

Để biểu thức nhận giá trị nguyên thì $\frac{4}{x-2}$ hay $4:(x-2) \Rightarrow (x-2) \in U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$

$\Rightarrow x \in \{1; 3; 4; 6\}$

Vậy $x \in \{1; 3; 4; 6\}$ thì biểu thức nhận giá trị nguyên

Bài 2. ĐKXD: $x \neq \pm 3$

a) $A = \left(\frac{2x}{x+3} + \frac{x}{x-3} - \frac{3x^2+3}{x^2-9} \right) : \left(\frac{2x-2}{x-3} - 1 \right)$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2x(x-3) + x(x+3) - (3x^2 + 3)}{(x+3)(x-3)} : \frac{2x-2-(x-3)}{x-3} \\
&= \frac{-3x-3}{(x+3)(x-3)} : \frac{x+1}{x-3} \\
&= \frac{-3(x+1)}{(x+3)(x-3)} \cdot \frac{x-3}{x+1} \quad (\text{ĐK: } x \neq -1) \\
&= \frac{-3}{x+3}
\end{aligned}$$

$$x^2 - 7x - 8 = 0$$

$$b) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 (KTM) \\ x = 8 (TM) \end{cases}$$

Thay $x = 8$ vào biểu thức A ta được $A = \frac{-3}{5}$

$$c) A = \frac{6}{x^2 - 5} \Leftrightarrow \frac{-3}{x+3} = \frac{6}{x^2 - 5} \\ \Leftrightarrow x = -1 (KTM)$$

Vậy không có giá trị nào của x để $A = \frac{6}{x^2 - 5}$

Bài 3.

$$a) 4x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$b) 2(x-2) - 1 = 5x$$

$$\Leftrightarrow 2x - 4 - 1 = 5x$$

$$\Leftrightarrow -3x = 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5}{3}$$

$$c) x(x-1) - 2(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$d) (x+2)(2x-3) = x^2 - 4$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(2x-3) = (x+2)(x-2)$$

$$\Leftrightarrow (x+2)[(2x-3) - (x-2)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$e) \frac{x+4}{5} - x + 4 = \frac{x}{3} - \frac{x-2}{2}$$

$$\Leftrightarrow 6(x+4) - 30(x-4) = 10x - 15(x-2)$$

$$\Leftrightarrow -19x = -66 \Leftrightarrow x = \frac{66}{19}$$

$$f) \frac{x-12}{77} + \frac{x-11}{78} = \frac{x-74}{15} + \frac{x-73}{16}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x-12}{77} - 1\right) + \left(\frac{x-11}{78} - 1\right) = \left(\frac{x-74}{15} - 1\right) + \left(\frac{x-73}{16} - 1\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-89}{77} + \frac{x-89}{78} = \frac{x-89}{15} + \frac{x-89}{16}$$

$$\Leftrightarrow (x-89) \left(\frac{1}{77} + \frac{1}{78} - \frac{1}{15} - \frac{1}{16}\right) = 0$$

$$\text{Vì } \frac{1}{77} + \frac{1}{78} - \frac{1}{15} - \frac{1}{16} \neq 0 \text{ nên } x - 89 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 89$$

$$g) x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$h) 2x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x^2 + 2x) + (3x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(2x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$i) x^3 + x^2 - 12x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+4)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bài 4.

$$a) \frac{x+2}{x-2} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x(x-2)}; \text{ĐKXD } x \neq 0; x \neq 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x+2)}{x(x-2)} - \frac{x-2}{x(x-2)} = \frac{2}{x(x-2)}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - x + 2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(l) \\ x = -1(tm) \end{cases}$$

$$c) \frac{2}{x-2} - \frac{3}{3-x} = \frac{3x-20}{(x-3)(x-2)}; \text{ĐK} : x \neq 2, x \neq 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x-3} = \frac{3x-20}{(x-3)(x-2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x-3)}{(x-3)(x-2)} + \frac{3(x-2)}{(x-3)(x-2)} = \frac{3x-20}{(x-3)(x-2)}$$

$$\Rightarrow 2(x-3) + 3(x-2) = 3x-20$$

$$\Leftrightarrow 2x = -8$$

$$\Leftrightarrow x = -4(tm)$$

KL

$$b) \frac{1}{x} - \frac{2}{x+1} = \frac{3}{x^2+x}; \text{ĐK} : x \neq 0; x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{x(x+1)} - \frac{2x}{x(x+1)} = \frac{3}{x(x+1)}$$

$$\Rightarrow x+1-2x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = -2(tm)$$

KL

$$d) \frac{x-2}{x+4} + \frac{x-1}{4-x} = \frac{2-5x}{x^2-16}; \text{ĐK} : x \neq \pm 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-2)(x-4)}{(x-4)(x+4)} - \frac{(x-1)(x+4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{2-5x}{(x-4)(x+4)}$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 8 - (x^2 + 3x - 4) = 2 - 5x$$

$$\Leftrightarrow -4x = -10$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2}(tm)$$

KL

$$e) \frac{x+2}{x+1} - \frac{3}{2-x} = \frac{3}{x^2-x-2} + 1; \text{ĐK} : x \neq -1; x \neq 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)(x-2)} + \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{3}{(x+1)(x-2)} + \frac{x^2-x-2}{(x+1)(x-2)}$$

$$\Rightarrow x^2 - 4 + 3x + 1 = 3 + x^2 - x - 2$$

$$\Leftrightarrow 4x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 1(tm)$$

KL :

$$f) \frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-x+1} = \frac{3x^2}{x^3+1}; \text{ĐK} : x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - x + 1}{(x+1)(x^2 - x + 1)} + \frac{2x(x+1)}{(x+1)(x^2 - x + 1)} = \frac{3x^2}{(x+1)(x^2 - x + 1)}$$

$$\Rightarrow x^2 - x + 1 + 2x^2 + 2x = 3x^2$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ (tm)}$$

KL:

Chú ý: tất cả các bài giải phương trình đều phải có kết luận nghiệm.

Bài 5:

Gọi số bánh cửa hàng bán trong buổi sáng là x (bánh, $x \in \mathbb{N}^*$)

Số tiền bánh bán được trong buổi sáng là: $70000 \cdot x$ (đồng)

Buổi chiều bán bánh với số tiền là: $(100\% - 20\%) \cdot 70000 = 56000$ đồng

Số bánh bán trong buổi chiều là: $(100\% + 50\%) \cdot x = 1,5x$ (bánh)

Số tiền bánh bán được trong buổi chiều là: $56000 \cdot 1,5x = 84000 \cdot x$ (đồng)

Vì tổng số tiền thu được cả ngày là $15.400.000$ đồng nên ta có phương trình:

$$70000 \cdot x + 84000 \cdot x = 15400000$$

$$\Leftrightarrow x = 100 \text{ (t/m)}$$

Số bánh cửa hàng bán trong buổi sáng là 100 cái

Số bánh cửa hàng bán trong buổi chiều là 150 cái

Số bánh cửa hàng bán cả ngày là 250 cái

Bài 6:

a) Gọi giá ban đầu của một đôi giày là x ($0 < x < 1320000$; đồng)

Giá tiền khi mua đôi giày thứ hai là: $(100\% - 30\%) \cdot x = 0,7x$ (đồng)

Giá tiền khi mua đôi giày thứ ba là: $(100\% - 50\%) \cdot x = 0,5x$ (đồng)

Vì cả 3 đôi giày giá 1320000 đồng nên ta có phương trình:

$$x + 0,7x + 0,5x = 1320000$$

$$\Leftrightarrow x = 600000 \text{ (tm)}$$

Vậy giá ban đầu của một đôi giày là 600000 đồng

b) Nếu cửa hàng đưa ra hình thức khuyến mãi là giảm 20% mỗi đôi giày thì giá tiền mỗi đôi là:

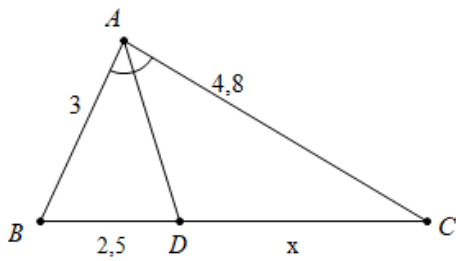
$$(100\% - 20\%) \cdot 600000 = 480000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền 3 đôi giày là: $480000 \cdot 3 = 1440000$ đồng (> 1320000 đồng)

Vậy bạn Khang nên chọn hình thức khuyến mãi thứ nhất.

HÌNH HỌC

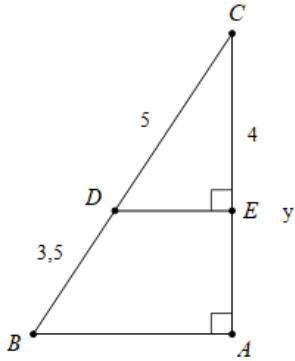
Bài 7: Cho hình vẽ sau. Tìm x , y .



$\triangle ABC$: AD phân giác

$\Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ (đ lí đường phân giác trong tam giác)

$$\Leftrightarrow \frac{2,5}{x} = \frac{3}{4,8} \Rightarrow x = \frac{2,5 \cdot 4,8}{3} = 4$$



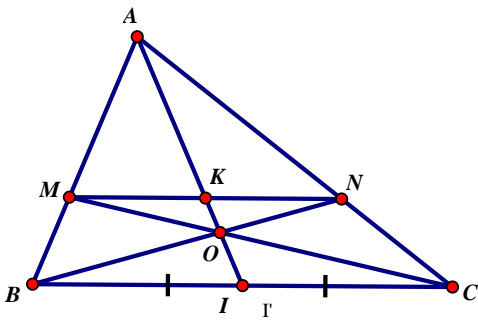
$$BC = 5 + 3,5 = 8,5$$

$DE \perp AC; BA \perp AC$

$\Rightarrow DE \parallel BA$

$$\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CA} \Rightarrow \frac{5}{8,5} = \frac{4}{y} \Rightarrow y = \frac{8,5 \cdot 4}{5} = 6,8$$

Bài 8:



a) Chứng minh: $MN \parallel BC$

$$\triangle ABC: \frac{AM}{AB} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{4,5}{7} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow MN \parallel BC \text{ (Đlí Ta - lét đảo)}$$

b) Chứng minh K là trung điểm của MN.

$$\triangle ABI: MK \parallel BI \Rightarrow \frac{AK}{AI} = \frac{MK}{BI} \text{ (Hệ quả đ lí Ta - lét)}$$

$$\triangle ACI: NK \parallel CI \Rightarrow \frac{AK}{AI} = \frac{NK}{CI} \text{ (Hệ quả đ lí Ta - lét)}$$

$$\Rightarrow \frac{MK}{BI} = \frac{NK}{CI} \left(= \frac{AK}{AI} \right)$$

$$BI = CI$$

$$\Rightarrow MK = NK$$

$\Rightarrow K$ là trung điểm của MN

c) Chứng minh 3 điểm A, O, I thẳng hàng.

Gọi I' là giao điểm KO và BC

$$* MN // BC \Rightarrow \frac{OM}{OC} = \frac{MN}{BC} \text{ (Hệ quả đ lí Ta - lét)}$$

$$* MK // CI' \Rightarrow \frac{OM}{OC} = \frac{MK}{CI'} \text{ (Hệ quả đ lí Ta - lét)}$$

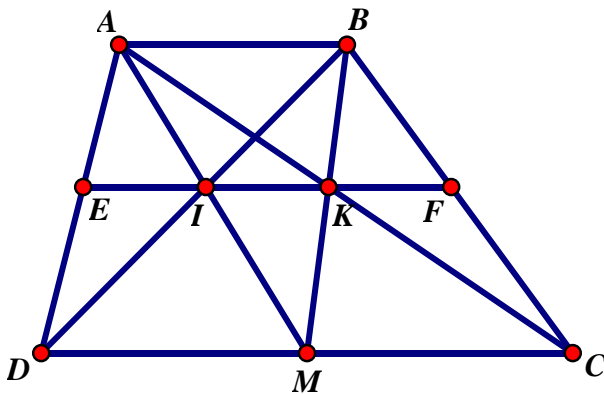
$$\Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{MK}{CI'}$$

$$MK = \frac{1}{2}MN$$

$$\Rightarrow CI' = \frac{1}{2}BC$$

$\Rightarrow I'$ trung điểm $BC \Rightarrow I'$ trùng với $I \Rightarrow K, O, I$ thẳng hàng $\Rightarrow A, O, I$ thẳng hàng

Bài 9:



a) Chứng minh: $IK // AB$

$$* AB // DM \Rightarrow \frac{IB}{ID} = \frac{IA}{IM} = \frac{AB}{DM} \text{ (Hệ quả đ lí Ta - lét)}$$

$$* AB // CM \Rightarrow \frac{KA}{KC} = \frac{KB}{KM} = \frac{AB}{CM} \text{ (Hệ quả đ lí Ta - lét)}$$

$$DM = CM$$

$$\Rightarrow \frac{IB}{ID} = \frac{IA}{IM} = \frac{KA}{KC} = \frac{KB}{KM} \Rightarrow \frac{IA}{IM} = \frac{KB}{KM} \Rightarrow IK // AB \text{ (đ lí Ta - lét đảo)}$$

b) Đường thẳng IK cắt AD, BC lần lượt tại E và F . Chứng minh: $EI = IK = EF$

$$\frac{IB}{ID} = \frac{IA}{IM} = \frac{KA}{KC} = \frac{KB}{KM}$$

$$\Rightarrow \frac{IB}{ID} + 1 = \frac{IA}{IM} + 1 = \frac{KA}{KC} + 1 = \frac{KB}{KM} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{DI}{DB} = \frac{IM}{AM} = \frac{KC}{AC} = \frac{KM}{MB}$$

$$* AB // IK \Rightarrow \frac{IM}{AM} = \frac{IK}{AB} = \frac{MK}{BM} \text{ (Hệ quả đ lí Ta - lét)}$$

$$* EI // AB \Rightarrow \frac{DI}{DB} = \frac{EI}{AB} \text{ (Hệ quả đ lí Ta - lét)}$$

$$* KF // AB \Rightarrow \frac{KC}{AC} = \frac{KF}{AB} \text{ (Hệ quả đ lí Ta - lét)}$$

$$\Rightarrow \frac{IK}{AB} = \frac{EI}{AB} = \frac{KF}{AB}$$

$$\Rightarrow IK = EI = KF$$

BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 10: Tìm GTNN của phân thức: $A = \frac{x^2 + x + 1}{(x+1)^2}$

$$A = \frac{x^2 + x + 1}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2} - \frac{x+1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^2} = 1 - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$$

Đặt $\frac{1}{x+1} = t$

$$A = 1 - t + t^2 = t^2 - 2 \cdot t \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

$$\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \text{ với mọi } t$$

$$\rightarrow \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow \text{GTNN của } A = \frac{3}{4} \text{ khi } \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \rightarrow t - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow \frac{1}{x+1} - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow \frac{2-x-1}{2(x+1)} = 0 \rightarrow 2-x-1 = 0$$

$$\rightarrow x = 1$$

Bài 11: Tìm GTLN của phân thức: $B = \frac{x^2 - x + 4}{x^2 - x + 1}$

$$A = \frac{x^2 - x + 4}{x^2 - x + 1} = 1 + \frac{3}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \text{ với mọi } t$$

$$\rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} \rightarrow \frac{3}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} \leq \frac{3}{\frac{3}{4}} = 4 \rightarrow 1 + \frac{3}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} \leq 1 + 4 = 5$$

$$\rightarrow \text{GTLN của } A = 5 \text{ khi } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Bài 12: Tìm GTLN, GTNN của phân thức: $C = \frac{2x+1}{x^2+2}$

- GTLN:

$$B = \frac{2x+1}{x^2+2} = \frac{x^2+2-x^2+2x-1}{x^2+2} = \frac{x^2+2}{x^2+2} - \frac{x^2-2x+1}{x^2+2} = 1 - \frac{(x-1)^2}{x^2+2}$$

$(x-1)^2 \geq 0$ với mọi x

$$\rightarrow \frac{(x-1)^2}{x^2+2} \geq 0 \rightarrow -\frac{(x-1)^2}{x^2+2} \leq 0 \rightarrow 1 - \frac{(x-1)^2}{x^2+2} \leq 0 + 1$$

GTLN của $B = 1$ khi $(x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$

• GTNN:

$$B = \frac{2x+1}{x^2+2} = \frac{2(2x+1)}{2(x^2+2)} = \frac{4x+2}{2(x^2+2)} = \frac{x^2+4x+4}{2(x^2+2)} - \frac{x^2+2}{2(x^2+2)} = \frac{(x+2)^2}{2(x^2+2)} - \frac{1}{2}$$

$(x+2)^2 \geq 0$ với mọi x

$$\rightarrow \frac{(x+2)^2}{2(x^2+2)} \geq 0 \rightarrow \frac{(x+2)^2}{2(x^2+2)} - \frac{1}{2} \geq 0 - \frac{1}{2}$$

GTNN của $B = -\frac{1}{2}$ khi $(x+2)^2 = 0 \rightarrow x = -2$